

Detección de Bordes por Derivadas Primera y Segunda

Autores: Verónica Facello - Mónica Larese - Milton Spada

Cátedra de Captura y Procesamiento Digital de Señales e Imágenes

Trabajo Final – Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas – Universidad Nacional del Litoral (FICH–UNL)

Resumen: En este trabajo se propone el análisis e implementación de detección de bordes en imágenes por métodos de la derivada primera a través de los filtros pasa-altos de Roberts, Prewitt, Sobel y Compass, así como también por la derivada segunda, mediante filtros laplacianos (pasa altos con suma cero) y del Laplaciano del Gaussiano. Una vez obtenidos los resultados de la aplicación de estos métodos a diversas imágenes, se realiza la comparación entre ellos para analizar sus ventajas, desventajas, y situaciones donde resulte más conveniente su aplicación.

Palabras Claves: Detección de bordes, operadores derivada primera, operadores derivada segunda.

I. INTRODUCCIÓN

La segmentación es el proceso que divide a una escena percibida en sus partes constituyentes u objetos. Es uno de los elementos más importantes de un sistema automatizado de visión, ya que éste es el nivel de preprocesamiento en que los objetos se extraen de una imagen para su posterior reconocimiento y análisis. Su objetivo es agrupar áreas de imagen que tengan características similares dentro de entidades distintas, que representen partes de la imagen.

Uno de los principios básicos en el proceso de segmentación es la detección de discontinuidades. Ésta es la aplicación principal de la detección de bordes. Por esta razón un problema de importancia fundamental en el análisis de imágenes es la detección de bordes. Los bordes caracterizan las fronteras de los objetos, y por tanto son de gran utilidad de cara a la segmentación e identificación de objetos en escenas.

Dentro de los procedimientos más usados para esta tarea se encuentran los métodos que utilizan operadores de derivada primera y derivada segunda. En este trabajo se propone un análisis que permita comparar ambos y determinar sus ventajas y desventajas.

II. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Un borde ideal tiene las propiedades del modelo mostrado en la Fig. 1(a). De acuerdo a este modelo, es un conjunto de píxeles conectados (en la dirección vertical en este caso), cada uno de los cuales está ubicado en una transición tipo escalón ortogonal de nivel de gris.

En la práctica, las imperfecciones del sistema de adquisición de imágenes producen en las imágenes bordes con distintos grados de borrosidad. Como resultado, los bordes se modelan mejor usando un perfil rampa, tal como el mostrado en la Fig. 1(b). La pendiente de la rampa es inversamente proporcional al grado de borrosidad del borde. Un punto del borde ahora es cualquier punto contenido en la rampa. El espesor del mismo está determinado por la pendiente de la rampa a medida que varía el nivel de gris. Los bordes borrosos son más gruesos y los más agudos son más delgados.

La Fig. 2(a) muestra la imagen de la cual se extrajo la porción mostrada en la Fig. 1(b) y muestra un perfil de gris horizontal del borde entre las dos regiones. También muestra la primera y segunda derivadas del perfil de grises. La primera derivada es positiva en los puntos de transición dentro y fuera de la rampa a medida que nos movemos de izquierda a derecha a lo largo del perfil; es constante para puntos en la rampa; y es cero en puntos de nivel de gris constante. La segunda derivada es positiva en la transición asociada con el lado oscuro del borde,

negativa en la transición asociada con el lado claro del borde, y cero a lo largo de la rampa y en áreas de nivel constante de gris.

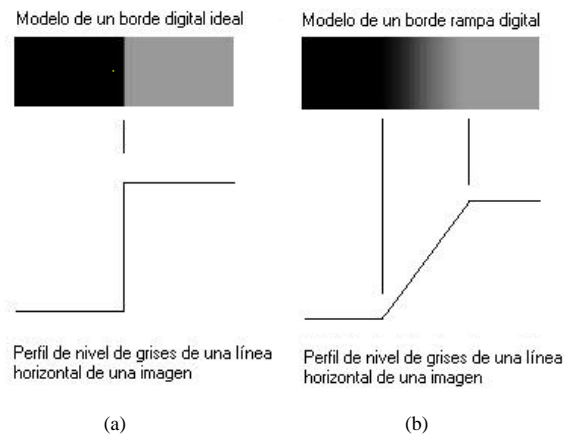


Figura 1: (a) Modelo de un borde ideal digital. (b) Modelo de un borde rampa. La pendiente de la rampa es proporcional al grado de borrosidad en el borde.

Se puede concluir de estas observaciones que la magnitud de la primera derivada puede ser usada para detectar la presencia de un borde en una imagen. El signo de la segunda derivada también puede ser usado para determinar si un píxel perteneciente al borde se encuentra en el lado claro u oscuro del borde. Pueden notarse dos propiedades adicionales de la segunda derivada alrededor de un borde: – produce dos valores para cada borde en una imagen (una característica indeseada); – una línea recta imaginaria que una los valores del extremo positivo y negativo de la segunda derivada cruza por cero cerca del punto medio del borde. Esta propiedad de cruce por cero de la segunda derivada es útil para localizar los centros de los bordes gruesos.

Este análisis respecto a perfiles horizontales 1-D puede extenderse a bordes de cualquier orientación de una imagen. Sólo debe definirse un perfil perpendicular a la dirección del borde en el punto deseado e interpretar los resultados según se describió anteriormente.

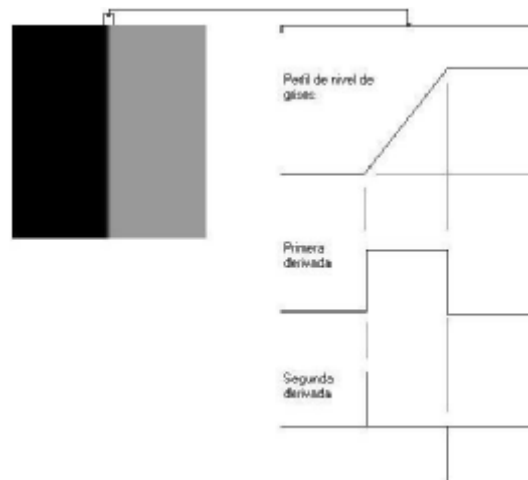


Figura 2: (a) Dos regiones separadas por un borde vertical. (b) Detalle cerca del borde, mostrando un perfil de nivel de grises, y las derivadas primera y segunda del perfil.

Un punto significativo del borde, para ser clasificado como tal, debe tener asociada una transición del nivel de gris suficientemente mayor que el fondo en ese punto. Dado que se está trabajando con cálculos locales, el método de elección para determinar si un valor es significativo o no es usar un umbral. De esta manera, se define un punto en una imagen como "punto de borde" si su primera derivada 2-D es mayor que un umbral especificado. Un conjunto de tales puntos conectados es por definición un "borde".

Una definición alternativa usando la derivada segunda es simplemente definir los puntos de borde en una imagen como los cruces por cero de su derivada segunda. La definición de borde en este caso es el mismo que la anterior. Es importante destacar que estas definiciones no garantizan el éxito en encontrar los bordes en una imagen. Simplemente son un formalismo para su búsqueda.

Operadores de gradiente

Las derivadas de primer orden de una imagen digital están basadas en aproximaciones del gradiente 2-D. El gradiente de una imagen $f(x, y)$ en un punto (x, y) se define como el vector

$$\mathcal{f} = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (1)$$

el cual apunta en la dirección de máxima tasa de cambio de f en las coordenadas (x, y) .

La magnitud de este vector, $|\mathcal{f}|$, es:

$$|\mathcal{f}| = \text{mag}(\mathcal{f}) = \left[G_x^2 + G_y^2 \right]^{1/2} = \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2)$$

Este valor da la tasa máxima de incremento de $f(x, y)$ por unidad de distancia en la dirección de \mathcal{f} .

Las componentes del vector gradiente son operadores lineales, pero la magnitud de este vector no lo es debido a las operaciones de potencia y raíz cuadradas. Por otro lado, las derivadas parciales en la Ecuación 1 no son invariantes rotacionales (isotrópicas), pero sí lo es la magnitud del vector gradiente.

El costo computacional de implementar la Ecuación 2 sobre una imagen completa no es trivial, y es común aproximar la magnitud del gradiente así:

$$|\mathcal{f}| \approx |G_x| + |G_y| \quad (3)$$

Esta ecuación es más simple de calcular y aún preserva los cambios relativos en los niveles de gris, pero en general se pierde la propiedad isotrópica. Sin embargo, ésta se preserva sólo para un número limitado de incrementos rotacionales que dependen de las máscaras usadas para aproximar las derivadas. Las máscaras más populares usadas para aproximar el gradiente dan el mismo resultado sólo para bordes verticales y horizontales y por lo tanto las propiedades isotrópicas del gradiente son preservadas sólo para múltiplos de 90°. Estos resultados son independientes de si se usa la Ecuación 2 o 3, de tal manera que no se pierde nada significativo usando la más simple de las dos.

Sea $\theta(x, y)$ el ángulo de dirección del vector \mathcal{f} en (x, y) .

Entonces:

$$\theta(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{G_y}{G_x} \right) \quad (4)$$

donde el ángulo es medido con respecto al eje x. La

dirección de un borde en (x, y) es *perpendicular* a la dirección del vector gradiente en ese punto.

El cálculo del gradiente en una imagen está basado en obtener las derivadas parciales f_x y f_y en cada píxel.

Las derivadas de una función digital se definen en términos de diferencias. Hay varias formas de definir estas diferencias. Sin embargo, cualquiera de ellas debe cumplir que sea:

- 1) Cero en zonas de gris constante.
- 2) Distinto de cero en el comienzo de una rampa o escalón de nivel de grises.
- 3) Distinto de cero a lo largo de una rampa.

De manera similar, cualquier definición de una derivada segunda debe cumplir que sea:

- 1) Cero en áreas de gris constante.
- 2) Distinto de cero al comienzo y final de una rampa o escalón de nivel grises.
- 3) Cero a lo largo de una rampa de pendiente constante.

Dado que se está trabajando con cantidades digitales cuyos valores son finitos, la variación de nivel de gris máxima posible también es finita, y la distancia más corta sobre la cual ese cambio puede ocurrir es entre píxeles adyacentes.

Una definición básica de la derivada de primer orden de una función unidimensional $f(x)$ es la diferencia

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x) \quad (5)$$

De manera similar, se define una derivada de segundo orden como la diferencia:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x) \quad (6)$$

Puede verificarse fácilmente que estas dos definiciones satisfacen las condiciones establecidas previamente para las derivadas de primer y segundo orden.

Sea el área de 3x3 mostrada en la Fig. 3 el nivel de grises en una vecindad de una imagen. Así, el punto central, z_5 , denota $f(x, y)$, z_1 denota $f(x-1, y-1)$, y así sucesivamente. Como se indicó previamente, la aproximación más simple a la derivada de primer orden que satisface las condiciones mencionadas anteriormente son $G_x = (z_8 - z_5)$ y $G_y = (z_6 - z_5)$.

Roberts [1965] propuso otras dos definiciones usando diferencias cruzadas:

$$G_x = (z_9 - z_5) \quad (7)$$

y

$$G_y = (z_8 - z_6) \quad (8)$$

La magnitud aproximada del gradiente en este caso es:

$$|\mathcal{f}| \approx |z_9 - z_5| + |z_8 - z_6| \quad (9)$$

Esta ecuación puede ser implementada con las dos máscaras mostradas en la Figura 4. Las mismas son referenciadas como los *operadores de gradiente cruzado de Roberts*.

z_1	z_2	z_3
z_4	z_5	z_6
z_7	z_8	z_9

Figura 3: Región de 3x3 de una imagen (las z indican intensidades de gris).

-1	0	0	-1
0	1	1	0

Figura 4: Máscaras de Roberts para calcular el gradiente en el punto z_5 .

Sin embargo, las máscaras de tamaño par son incómodas para su implementación, debido a que no puede identificarse claramente cuál es el centro.

Una aproximación usando máscaras de tamaño 3 3 3 está dada por:

$$G_x = (z_7 + z_8 + z_9) - (z_1 + z_2 + z_3) \quad (10)$$

$$G_y = (z_3 + z_6 + z_9) - (z_1 + z_4 + z_7) \quad (11)$$

En estas fórmulas, la diferencia entre la primera y tercera filas de la región de 3 3 3 de la imagen aproxima la derivada en la dirección x , y la diferencia entre la tercera y primera columnas aproxima la derivada en la dirección y . Las máscaras mostradas en la Fig. 5, llamadas los *operadores de Prewitt*, pueden ser usadas para implementar estas ecuaciones.

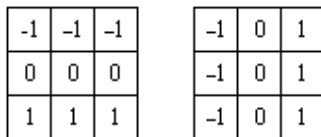


Figura 5: Máscaras de Prewitt utilizadas para calcular el gradiente en el punto z_5 .

Una pequeña variación de estas ecuaciones son los *operadores de Sobel* de la Fig. 6, los cuales usan una ponderación de 2 en el coeficiente del centro. Esto brinda una suavización dándole más importancia al punto central:

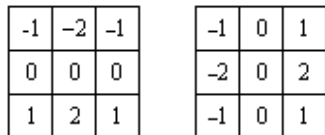


Figura 6: Máscaras de Sobel utilizadas para calcular el gradiente en el punto z_5 .

Es importante notar que la suma de los coeficientes de las máscaras anteriores suman 0, indicando que tienen respuesta igual a 0 en áreas de nivel de gris constante, tal como se espera de un operador derivada.

Estas máscaras son usadas para obtener las componentes del gradiente G_x y G_y . El cálculo del gradiente requiere que estas dos componentes se combinen según la Ecuación 2. Sin embargo, como se explicó anteriormente, frecuentemente se utiliza la aproximación dada en la Ecuación 3 por su mayor simplicidad. Estas máscaras además dan resultados isotrópicos sólo para bordes horizontales y verticales, con lo cual aunque se utilizara la Ecuación 2 para el cálculo de la magnitud del gradiente, los resultados serían isotrópicos sólo para bordes en esas direcciones.

Es posible modificar las máscaras anteriores para que tengan su respuesta más acentuada a lo largo de direcciones diagonales. Estas máscaras se muestran en la Figura 7.

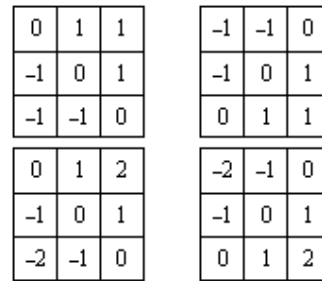


Figura 7: Máscaras de Prewitt (arriba) y Sobel (abajo) para detección de bordes diagonales.

Cuando se utiliza la detección de bordes *compass* se convoluciona la imagen con un conjunto de kernels de convolución (generalmente 8), cada uno de los cuales es sensible a bordes de una orientación distinta. Para cada píxel la magnitud del gradiente del borde local se estima como la máxima de las respuestas de los 8 kernels en ese píxel, como se muestra a continuación:

$$g(x, y) = \max_k g_k(x, y), \text{ donde } k \text{ define la dirección del borde} \quad (12)$$

Dados k operadores de compass, $g_k(x, y)$ es la imagen obtenida luego de convolucionar $f(x, y)$ con el k -ésimo operador.

Los kernels que pueden utilizarse son diversos. Uno de los más usados es el de Prewitt. El conjunto completo de 8 kernels se genera tomando uno de los kernels y rotando sus coeficientes en forma circular. Cada uno de los kernels resultantes es sensible a una orientación de bordes comprendida entre 0° y 315° con intervalos de 45° , donde 0° corresponde al borde vertical.

La máxima respuesta $|G|$ para cada píxel es el valor del píxel correspondiente en la imagen de magnitud de salida. Los valores para la orientación de salida se encuentran entre 1 y 8, dependiendo de cuál de los 8 kernels produjo la máxima respuesta. El detector de bordes compass es un camino apropiado para estimar la magnitud y orientación de un borde. Si bien la detección de bordes por gradiente diferencial necesita un cálculo que consume algo de tiempo para estimar la orientación de las magnitudes en las direcciones x e y , la detección de bordes compass obtiene la orientación directamente del kernel con la máxima respuesta. Si bien pueden usarse más de 8 kernels, en general no suelen introducir mayor certeza. Por otro lado, el operador de *compass* necesita, en este caso, 8 convoluciones por cada píxel, mientras que el operador gradiente utiliza sólo 2, un kernel sensible para bordes en la dirección vertical y otro para la dirección horizontal.

Los resultados para la magnitud de los bordes de la imagen suelen ser muy similares con ambos métodos, si es que se utiliza el mismo kernel de convolución.

A continuación pueden verse los 8 kernels usados más frecuentemente:

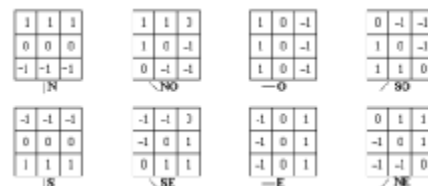


Figura 8: Operadores de *compass* usando Prewitt como kernel de convolución.

Se considerarán filtros isotrópicos, cuya respuesta es independiente de la dirección de las discontinuidades en la imagen a la cual le serán aplicados.

Uso de la derivada segunda para detección de bordes

El operador derivada de segundo orden isotrópico más simple es el Laplaciano, el cual se define como:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \quad (13)$$

Debido a que las derivadas de cualquier orden son operaciones lineales, el Laplaciano es un operador lineal.

La manera más usada de definir las derivadas de un Laplaciano digital es la siguiente:

Para la dirección x:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y) \quad (14)$$

Para la dirección y:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y) \quad (15)$$

La implementación digital del Laplaciano bidimensional de la Ecuación 13 se obtiene sumando estas dos componentes anteriores:

$$\nabla^2 f = [f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1)] - 4f(x, y) \quad (16)$$

Expresándola en función de una región de 3x3 perteneciente a la imagen, esta ecuación queda:

$$\nabla^2 f = 4z_5 - (z_2 + z_4 + z_6 + z_8) \quad (17)$$

Esta ecuación puede implementarse mediante la máscara mostrada en la Figura 9(a), la cual da una respuesta isotrópica para rotaciones incrementales de 90°.

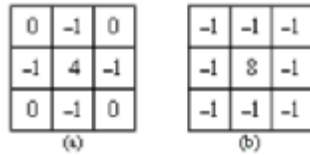


Figura 9: (a) Máscara del filtro usada para implementar el Laplaciano digital. (b) Máscara usada para implementar una extensión del filtro Laplaciano que incluye vecinos diagonales.

Pueden incorporarse las direcciones diagonales agregando dos términos más a la Ecuación 17, uno para cada una de las direcciones diagonales, lo cual se expresa en la siguiente ecuación:

$$\nabla^2 f = 8z_5 - (z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + z_6 + z_7 + z_8 + z_9) \quad (18)$$

La máscara usada para implementar esta nueva definición es la mostrada en la Figura 9(b). Esta máscara produce resultados isotrópicos para incrementos de 45°.

El Laplaciano generalmente no es usado en su forma original para la detección de bordes por diversas razones: Como una derivada de segundo orden, es inaceptablemente sensible al ruido. La magnitud del Laplaciano produce bordes dobles, lo cual es un efecto indeseado debido a que complica la segmentación. Finalmente, el Laplaciano es incapaz de detectar la dirección de los bordes. Por estas razones, su rol en cuanto a segmentación consiste en:

- 1) Usar su propiedad de cruces por cero para localización de bordes, o

- 2) Usarlo para el propósito complementario de determinar si un píxel se encuentra en el lado oscuro o claro de un borde.

En la primera categoría, el Laplaciano es combinado con suavización como un precursor para encontrar bordes a través de cruces por cero. Considérese la función:

$$h(r) = -e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \quad (19)$$

donde $r^2 = x^2 + y^2$ y σ es la desviación estándar. Convolucionar esta función con una imagen hace que la misma se borree, con el grado de borrosidad dado por el valor de σ . El Laplaciano de h (la segunda derivada de h con respecto a r) es:

$$\nabla^2 h(r) = -\left[\frac{r^2 - \sigma^2}{\sigma^4}\right] e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \quad (20)$$

Esta función es comúnmente denominada *Laplaciano del Gaussiano* (LoG) debido a que la Ecuación 19 está en la forma de una función Gaussiana.

La Figura 6 muestra un gráfico 3-D, una imagen, una sección longitudinal de la función LoG y una máscara de 5x5 que aproxima $\nabla^2 h$. Esta aproximación no es única. En ella es posible ver cómo tiene un término central positivo, rodeado por una región adyacente negativa que incrementa su valor como una función de la distancia a partir del origen, y una región externa nula. Los coeficientes deben también sumar cero. Dado que la segunda derivada es una operación lineal, realizar la convolución de una imagen con $\nabla^2 h$ es lo mismo que

primero realizar la convolución de la imagen con la función de suavización Gaussiana de la Ecuación 19 y luego calcularle el Laplaciano al resultado obtenido. Por lo tanto, se observa que el propósito de la función Gaussiana es suavizar la imagen, y el propósito del operador Laplaciano es proveer a la imagen con cruces por cero usados para la localización de bordes. La suavización de la imagen reduce los efectos causados por el ruido.

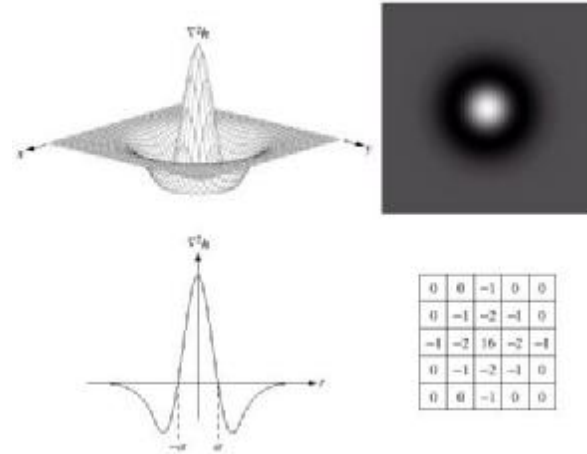


Figura 10: Laplaciano del Gaussiano (LoG) (de izquierda a derecha y de arriba abajo): Gráfico 3D, imagen (negro=negativo, gris=plano 0, blanco=positivo), sección mostrando cruce por cero, máscara de 5x5 mostrando la aproximación a la forma del LoG.

III. MATERIALES Y MÉTODOS

Se seleccionaron del total de imágenes disponibles

Autores: Verónica Facello - Mónica Larese - Milton Spada

aquellas de configuración más compleja, es decir en las cuales había objetos superpuestos. Una vez que se verificó que la configuración usada funcionaba correctamente, se procesaron las imágenes en las cuales no había superposición de objetos.

Dado que las imágenes procesadas eran indexadas, el primer paso que se llevó a cabo fue la conversión a intensidades de gris en el rango [0, 1].

Todo el procesamiento se realizó en MatLab 5.3. Los procedimientos que se llevaron a cabo para la detección de bordes en las imágenes analizadas fueron los siguientes:

Operadores de primera derivada:

Filtro de Roberts

- 1 Se crearon las 2 máscaras de Roberts (vertical y horizontal).
- 2 Se filtró la imagen con cada una de las máscaras.
- 3 Se umbralizaron las dos imágenes obtenidas para convertirlas en binarias. El umbral fue elegido mediante análisis de histograma para extraer los valores más significativos.
- 4 Se sumaron ambas imágenes para formar la imagen final filtrada.

Filtro de Compass

- 1 Se definieron los operadores de compass usando Prewitt como kernel de convolución.
- 2 Se filtró la imagen con cada una de las ocho máscaras correspondientes a los distintos puntos cardinales.
- 3 Se umbralizaron las imágenes obtenidas para convertirlas en binarias. El umbral fue elegido mediante el análisis de histograma.
- 4 Se recorrieron las ocho imágenes píxel a píxel comparando cuál de las ocho poseía el mayor valor en cada posición. Con dichos valores máximos se construyó la imagen final.
- 5 Luego se repitió el proceso desde el punto 2 pero utilizando el kernel de Sobel.

Operadores de Segunda Derivada:

- 1 Se crearon las máscaras: Laplaciano, Laplaciano que incluye vecinos diagonales y 3 para el Laplaciano del Gaussiano (la de la figura 10, y 2 más generadas con $\alpha = 0.8$ y $\alpha = 0.1$).
- 2 Con cada una de las máscaras se filtró la imagen original.
- 3 Se umbralizaron las imágenes obtenidas para convertirlas en binarias. Para elegir el umbral se utilizó análisis de histograma.
- 4 El resultado obtenido constituyó la imagen filtrada para cada una de las máscaras.

IV. RESULTADOS

A continuación puede verse una de las imágenes con las cuales se desarrolló la implementación. Como puede observarse, en ella aparecen objetos superpuestos que deben ser detectados por los métodos que se proponen.



Figura 11: Una de las imágenes con las cuales se llevó a cabo la implementación.

El primer filtro que se aplicó fue el de Roberts. En la siguiente figura puede verse el resultado obtenido para cada una de las componentes del gradiente calculado:

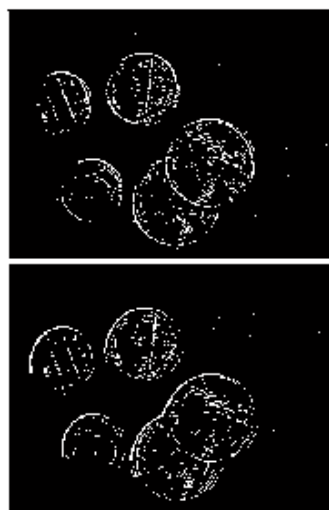


Figura 12: Componentes derivada del operador de Roberts.

El resultado obtenido luego de realizar la suma de ambas se muestra en la siguiente figura:

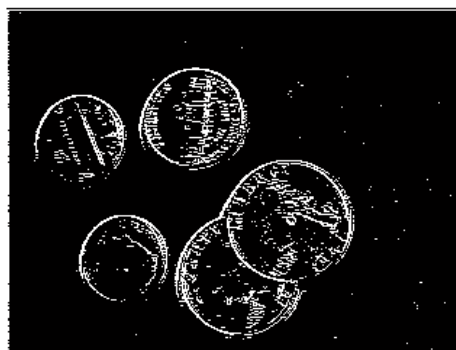


Figura 13: Imagen filtrada con el operador de Roberts y umbralizada.

A continuación se aplicó el operador Prewitt, cuyas componentes derivada se muestra a continuación:

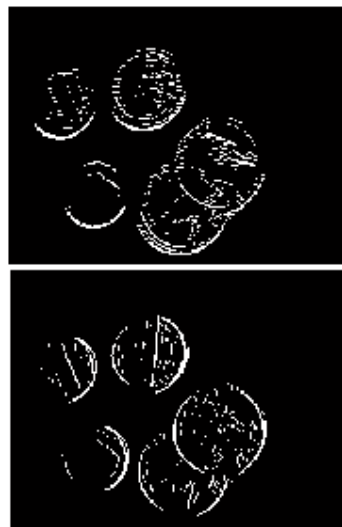


Figura 14: Componentes derivada del operador de Prewitt (arriba: vertical - abajo: horizontal).

El resultado siguiente es el que se obtuvo luego de sumarlas:



Figura 15: Imagen filtrada con el operador de Prewitt y umbralizada.

Del mismo modo se implementó también el operador de Sobel, cuyo resultado se muestra en la figura 16.

Luego se implementó el operador compass con 4 y 8 kernels de Prewitt. Sin embargo, no se encontraron diferencias significativas entre ambos resultados. La imagen obtenida para el segundo caso (8 kernels) se muestra en la figura 17.

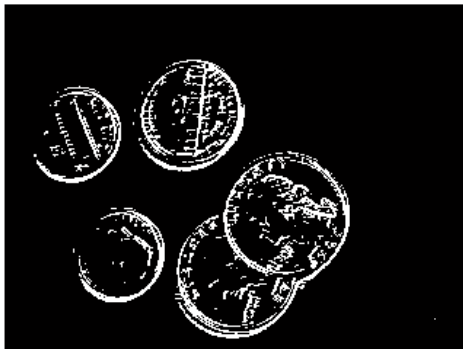


Figura 16: Imagen filtrada con el operador de Sobel y umbralizada.

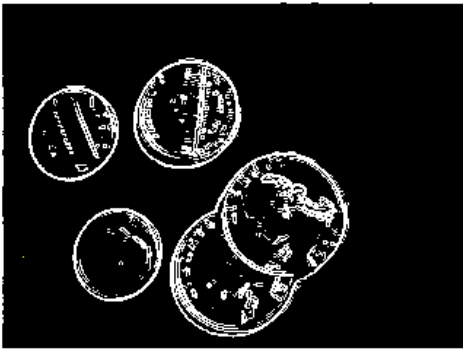


Figura 17: Imagen filtrada con el operador de compass con 8 kernels de Prewitt y umbralizada.

También se aplicó el operador Laplaciano con y sin vecinos diagonales. Los resultados obtenidos en ambos casos pueden verse en las figuras 18 y 19.

Finalmente, en la figura 20 y 21 pueden observarse los resultados obtenidos luego de aplicar el operador LoG con 3 máscaras de 5x5, una de ellas correspondiente a la de la figura 10, y las otras dos generadas con valores de $\sigma = 0.8$ y $\sigma = 0.1$.

V. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Comparando la respuesta entre las derivadas de primer

y segundo orden, puede arribarse a las siguientes conclusiones:

Las derivadas de primer orden generalmente producen bordes más gruesos en una imagen, y generalmente tienen una respuesta más fuerte frente a una función tipo escalón de nivel de gris.

Las derivadas de segundo orden tienen una respuesta más acentuada en los detalles finos, tales como líneas delgadas y puntos aislados, lo cual en algunos casos se torna indeseado. También producen una doble respuesta frente a cambios en el nivel de gris del tipo escalón. Esto hace también que sea más sensible que los métodos de primera derivada frente a la presencia de ruido.

Con respecto a los operadores de compass, puede verse que tienen una mejor respuesta, no encontrándose diferencias significativas al utilizar 4 u 8 kernels, ya sea de Prewitt o de Sobel. Sin embargo, con los operadores de segunda derivada se observan mejor detalles finos de la imagen.

El operador de Roberts es el que tiene una respuesta menos satisfactoria. En el caso de los operadores de Prewitt y Sobel, el resultado es intermedio.

Es notable cómo en varios casos se generan bordes ficticios. Un ejemplo de ello es la unión que se produce entre las dos monedas más grandes en la parte anterior de la imagen (ver figuras 17 y 20), como si se tratara de un único objeto.

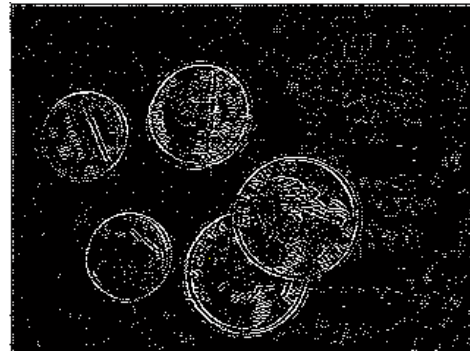


Figura 18: Imagen filtrada con el operador Laplaciano y umbralizada.

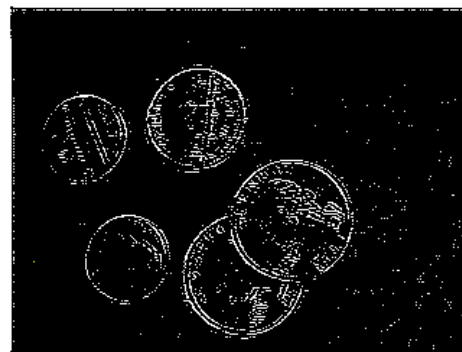


Figura 19: Imagen filtrada con el operador Laplaciano con vecinos diagonales y umbralizada.

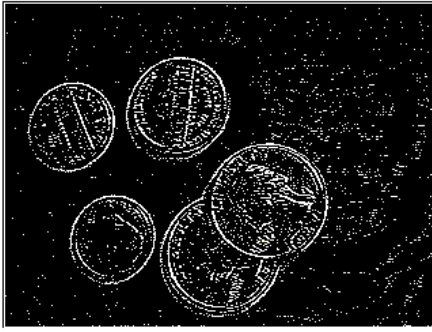


Figura 20: Imagen filtrada con el operador Laplaciano del Gaussiano (LoG) y umbralizada.

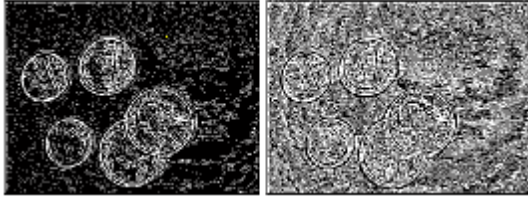


Figura 21: Imagen filtrada con el operador Laplaciano del Gaussiano (LoG) con $\tau=0.8$ (izquierda) y $\tau=0.1$ (derecha), y luego umbralizadas.

VI. REF. BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Rafael C. González and Richard E. Woods, Digital Image Processing, 2nd. Edition, Prentice-Hall, 2002.
- [2] Introducción al procesado de imagen, Extracción de bordes, Grupo de procesamiento de imágenes, Universidad de Vigo, España, <http://wgpi.tsc.uvigo.es/libro/procesim/node7.htm>.
- [3] Edge Detection, Image Understanding, Dipl.-inf. S. Kornienko, Institute of Parallel and Distributed High-Performance Systems, University of Stuttgart, Alemania.