

Ecuación de histograma

Desarrollo numérico

Captura y Procesamiento Digital de Señales e Imágenes - FICH, UNL

30 de marzo de 2009

1. Introducción y definiciones

Este documento ejemplifica la operatoria numérica del método de especificación de histograma, y su caso particular: la ecualización.

Para el resto del documento se consideran las siguientes definiciones y notación:

- n : cantidad de pixeles de una imagen
- p : número de bits de resolución de una imagen.
- L : máximo nivel de gris, dado por el valor de p . Ej: $L = 256$ para $p = 8$.
- k : nivel de gris (número entero), con valores $k = 0, 1, \dots, L - 1$.
- r_k : nivel de gris normalizado a 1 (número flotante), con valores

$$r_k = 0, \frac{1}{2^p - 1}, \frac{2}{2^p - 1}, \dots, 1.$$

- $pr(r_k)$: probabilidad de un nivel de gris en la imagen, calculado según la expresión

$$pr(r_k) = \frac{n_k}{n}.$$

2. Ecuación de histograma

La idea central del proceso es la siguiente:

1. Calcular los valores de la transformación s_k sobre los k niveles de la imagen.
2. Asignar los valores reales calculados (redondeo) al nivel de gris discreto más cercano.

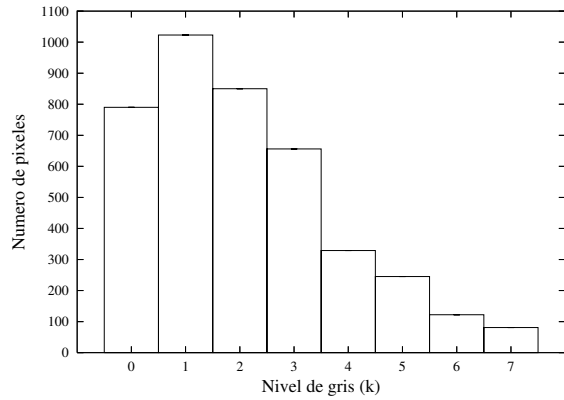
3. Obtener los valores de los nuevos pixeles mediante la reasignación.

Veamos a continuación el desarrollo del ejemplo.

Consideremos una imagen de tamaño $n = 64 \times 64 = 4096$, con $p = 3$ ($L = 8$ niveles de gris).

El primer paso es calcular el histograma, resultando la distribución mostrada a continuación¹:

k	r_k	$pr(r_k)$	n_k
0	0	0,19	790
1	$1/7 = 0,14$	0,25	1023
2	$2/7 = 0,28$	0,21	850
3	$3/7 = 0,42$	0,16	656
4	$4/7 = 0,57$	0,08	329
5	$5/7 = 0,71$	0,06	245
6	$6/7 = 0,85$	0,03	122
7	1	0,02	81



A continuación se ejecuta el paso 1) del algoritmo, aplicando la transformación, para obtener los siguientes valores:

$$s_0 = T(r_0) = \sum_{j=0}^0 pr(r_j) = pr(r_0) = 0,19$$

$$s_1 = T(r_1) = \sum_{j=0}^1 pr(r_j) = pr(r_0) + pr(r_1) = 0,44$$

$$s_2 = T(r_2) = \sum_{j=0}^2 pr(r_j) = pr(r_0) + pr(r_1) + pr(r_2) = 0,65$$

$$s_3 = T(r_3) = \sum_{j=0}^3 pr(r_j) = 0,81$$

$$s_4 = T(r_4) = \sum_{j=0}^4 pr(r_j) = 0,89$$

$$s_5 = T(r_5) = \sum_{j=0}^5 pr(r_j) = 0,95$$

$$s_6 = T(r_6) = \sum_{j=0}^6 pr(r_j) = 0,98$$

$$s_7 = T(r_7) = \sum_{j=0}^7 pr(r_j) = 1$$

¹Se trata de una simulación, por lo que damos por válido el histograma, sin tener una imagen real

El paso 2) consiste en asignar los valores anteriores de s_k a los valores más cercanos de grises que conforman la imagen, obteniendo los valores s_{approx} , a los cuales se asigna la misma cantidad de pixeles iniciales. Este paso permite expresar la idea de que se utiliza a la función s como un paso intermedio en la transformación de la imagen original en la ecualizada. La asignación obtenida es la siguiente:

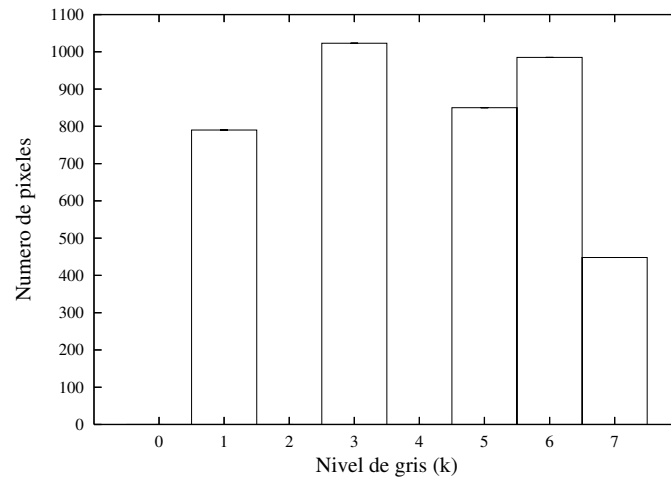
k	s_k	\rightarrow	s_{approx}
0	0,19	\rightarrow	0,14 (1/7)
1	0,44	\rightarrow	0,42 (3/7)
2	0,65	\rightarrow	0,71 (5/7)
3	0,81	\rightarrow	0,85 (6/7)
4	0,89	\rightarrow	0,85 (6/7)
5	0,95	\rightarrow	1 (7/7)
6	0,98	\rightarrow	1 (7/7)
7	1	\rightarrow	1 (7/7)

Un punto importante de la ecualización es que en la aproximación se obtienen los nuevos niveles de gris de la imagen de salida, indicados entre paréntesis en la columna s_{approx} de la tabla anterior. La cantidad de pixeles con los nuevos valores se obtiene simplemente asignando la cantidad original para cada k al nuevo valor obtenido, con los siguientes resultados:

r_k	n	\rightarrow	s_k		s_k	n_{nuevo}
0	790	\rightarrow	1/7		1/7	790
1/7	1023	\rightarrow	3/7		3/7	1023
2/7	850	\rightarrow	5/7		5/7	850
3/7	656	\rightarrow	6/7	\rightarrow	6/7	656+329=985
4/7	329	\rightarrow	6/7		1	245+122+81=448
5/7	245	\rightarrow	1			
6/7	122	\rightarrow	1			
1	81	\rightarrow	1			

Finalmente, como paso 3) del algoritmo, procedemos a la reasignación de gris para crear la nueva imagen: recorremos la imagen original y a cada gris lo cambiamos por el valor obtenido de s_{approx} . Ej: los 790 pixeles anteriormente negros ahora serán de gris 1/7, mientras que los 656 pixeles de gris 3/7 y los 329 de gris 4/7 ahora serán de gris 6/7. De esta manera, creamos la imagen ecualizada respecto a la original.

El histograma resultante es el siguiente:



Como vemos, el histograma obtenido es *aproximado*, pero no exactamente igual al equiprobable buscado, ya que el caso discreto la sumatoria aproxima a la integral continua, introduciendo errores intrínsecos.

Referencias

El ejemplo desarrollado en este apunte corresponde al desarrollo teórico presentado en el capítulo 3 de *Digital Image Processing* (Gonzalez-Woods), Prentice-Hall, 2002.

Comentarios y sugerencias: cmartinez@fich.unl.edu.ar